質量のないゲージ粒子モデルの得失

渡 辺 恒 利

最近1年間，素粒子物理学で目立ったことは強い相互作用，電磁相互作用及び弱い相互作用を統一したゲージ理論[1]の発展である。昨年は現実に則したモデルを求める問題に興味の焦点があり，結果として $SU(3)$（又は $SU(4)) \times SU(3)'$ のカラーモデルなどが有力になったようだ。その間に特殊なモデルによらない一般的なゲージ理論の理論的な研究が行なわれ，長所と短所がはっきりしてきた。このノートでは，統一されたゲージ理論の長所の1つである，漸近的自由性という性質と短所である赤外発散をまとめ，その現状を報告する。

I くりこみ（RENORMALIZATION）

20年以上昔に研究されたくりこみ及びくりこみ群の方程式[2]が最近脚光をあびている。強い相互作用，電磁相互作用及び弱い相互作用を統一したゲージ理論がくりこみ可能であり，それから導かれる Green 関数の性質を知るのにくりこみ群の方程式による考察が優れた方法だからである。

2つの素粒子AとBが衝突してCとDになったとする。

$$A+B \longrightarrow C+D$$

衝突前の素粒子A，Bと衝突後のC，Dはそれぞれ異なる素粒子であってよい。その場合我々が観測を通じて知ることが出来るのは，衝突前にAとBがあって，衝突後にCとDが出て来たということだけで，衝突したその瞬間にどういうメカニズムが働いてAとBからCとDが出て来たかは分ら

ない。そのメカニズムをどう解釈するかによって,種々の理論が存在する。

場の理論では，衝突したときのメカニズムをラグランジアンと呼ばれる演算子で与えて物理量を計算する。その場合，ラグランジアンの決め方は勝手ではなくて，特殊相対性理論からの要請であるローレンツ不変性や，種々の保存則を満たさなければならない。しかしそれでも，ラグランジアンの中には実験から決まるようなパラメーターがある（例えば，相互作用の結合定数の大きさ等)。

場の理論で共通な困難は，観測する物理量をラグランジアンから計算すると無限大（紫外発散）になることである。

例えば，電磁気学で電子の質量を計算してみる（図1参照)。最初のグラ

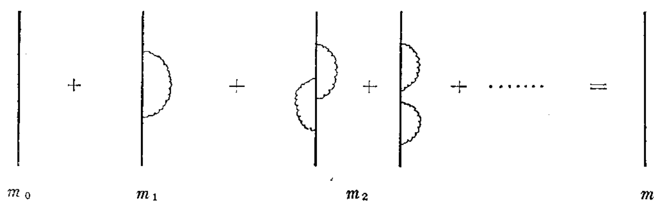

図1　電子の質量の計算，実線は電子を，曲線は光子を表わす

フ m_0 がラグランジアンに入って来る電子の質量に相当するもので，電子の裸の質量（*bare mass*）という。次のグラフ m_1は，電子が，光子を1つ自分自身に放出して吸収する1次の補正項，m_2 は2つ光子を電子が放出し吸収する2次の補正項で独立なグラフは図に示してあるように2つある。以下グラフ m_3，m_4……m_∞ まで計算しなければならない。そしてそれを全部加えたのが観測される電子の質量（図1の右辺のグラフm）になるべきなのである。ところがグラフ m_1 を計算すると対数（*log*）で発散（無限大になる）してしまう。電子の裸の質量をパラメーターにして色々変えて，光子の着物を着た電子の質量を計算しても無限大になってしまう。そこでくりこみという手続きをする。ラグランジアンに新たに δm という項を引き算で入れて，無限大の部分を δm に負わせて発散を打ち消してしまう（図2参照)。そして残った有限の部分（グラフ m_{ob}）を観測される電子の

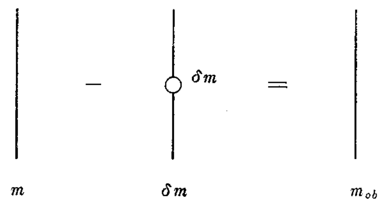

図2　電子の質量のくりこみ　　グラフ δm の小丸は質量に δm のくりこみをしたことを示す

質量とするのである。電磁気学では，電荷と質量の二つのくりこみ $\delta e, \delta m$ によって無限大が除かれ，観測量の計算が有限になる。その結果ラム・シフトや μ 粒子の異常磁気能率など，現在の精密な実験の誤差の範囲内で（有効数字8～9桁まで）実験と理論との一致が得られる。

この様に有限個のくりこみによってすべての観測される物理量の計算が有限になれば，その理論はくりこみ可能であるという。一方無限個のくりこみをしないと有限にならないときはくりこみ不可能であるという。

どういう種類の粒子がどういう結合の仕方をするかによってくりこみ可能であるか，不可能であるかが判定がつく[3]。それによると多くの粒子が，色々異った結合をして複雑にからみあっている強い相互作用はくりこみ不可能である。従って強い相互作用をラグランジアンから計算することは，非現実的なモデルを除いてあまり意味がないのであり，衝突のメカニズムを考慮しない現象論的な方法で研究せざるを得なかった。

統一されたゲージ理論では強い相互作用をする粒子（ハドロンと呼ぶ）は，複合粒子であり，まだ自然界ではみつかっていない基本的な粒子コーク3重項か4重項から構成される。コークはフェルミ型粒子であり，ゲージ対称性から生じるゲージ粒子と相互作用をする。ゲージ理論におけるゲージ不変な形式は電磁相互作用を拡張したものである。電磁相互作用では質量のないゲージ粒子である光子は1つ存在し，電気的に中性である。一方コークと結合する質量のないゲージ粒子（グルーオンと呼ぶ）は1つではなく，（例えば）8つあり，その中には電荷をもったものもある[1]。電磁

相互作用の場合と同じく，コークとグルーオンの相互作用はくりこみ可能である[4]。この様にして強い相互作用はコークとグルーオンの結合から導かれると考えると，くりこみ可能なラグランジアンを使って強い相互作用を研究するという望みが出て来た。

もちろん，問題は沢山ある；ハドロンはコークとグルーオンからどの様にして構成されるのか，もしこの理論が正しければ，何故コークやグルーオンが発見されないか，ハドロンの力学構造や内部対称性及びその破れなどどう説明するか等々……。

しかしグルーオンの理論は一歩か二歩進んだばかりであり，その段階で漸近的自由性という長所を見出しており，更に今後大きな発展があるかも知れない。

II 漸近的自由性（ASYMPTOTIC FREEDOM）

Gross 達[5]はグルーオンの Green 関数の漸近的振舞をくりこみ群の方程式を使って調べ，興味ある事実（漸近的自由性）をみつけた。Green 関数はグルーオンに関するラグランジアンから導かれ，グルーオンの質量μは0でなく，パラメーターとして入っている。Green 関数は運動量について，散乱振幅の被積分関数のようなもので，散乱振幅は直接観測量が入りこむのに対し，Green 関数では質量などについて変数となっている。従ってグルーオンの質量μがパラメーターとして扱えるため，くりこみには大変都合がよい。くりこみはグルーオンの質量μの点で行なわれる。電磁気学の場合，例えば電子の電荷，質量のくりこみは光子の質量（$\mu=0$）の点でくりこみをする。それが可能なのは，一部で$\mu=0$に赤外発散（後出）が生じるが他の部分の赤外発散と打ち消してしまうので，$\mu=0$は有限であり，その点で Green 関数の定義が出来るからである。ところが，グルーオンの場合，後で述べる様に赤外発散が除けないために，$\mu\neq 0$でくりこみをしなければならない。

くりこみをする点μを変えてみると，それにつれてグルーオン同志の相

互作用の強さを示す結合定数g（グルーオンとコークの結合定数も同じ値である）が変化する。その関係がくりこみ群の方程式を解くことによって分る。μ_0を基準のくりこみ点，λをパラメーターとし，$\mu=\lambda\mu_0$ とおいて，$\lambda\to\infty$ とすると $g^2\sim 1/log\lambda$ となり，$\mu\to\infty$ になると g^2 は対数で0になる。これは強い相互作用の Green 関数 $G(\mu, g^2)$ が漸近的な状態（$\mu\to\infty$）になると $G(\lambda., 1/log\lambda)$ となり，$g^2\sim 0$, すなわち相互作用がなくなって束縛されない自由な状態に近づくことを意味する。これを漸近的自由性と呼ぶ。

今まで知られているくりこみ可能な相互作用はいずれも漸近的な状態になったとき，例えば相互作用をする距離が接近したとき，相互作用の大きさgは0にならない。グルーオンの理論が漸近的自由性を示す初めての例である。2つのコークの散乱を考えてみると，コークは通常はグルーオンとの相互作用のために自分自身のまわりにグルーオンの雲をつけている。どの位，雲をまとっているかは結合定数gの大きさによる。漸近的な状態に近づくとgが0に近づくため雲がとれて，コークは裸になり，自由な裸のコーク同志の散乱に近づくのである。

グルーオンの理論が漸近的に自由であることは，Green 関数の漸近的な振舞が相互作用のない自由なラグランジアンとそれに対する低次の補正項だけから求められるという点で大きな長所である。自由なラグランジアンの計算は最も簡単に良く知られた形で行なうことが出来る。計算の結果，グルーオンの Green 関数の漸近形は，相互作用のない自由なラグランジアンから計算される Green 関数とほぼ同じ形をしており，違いは漸近形ではただ対数関数がかかっているだけであることが分った[6]。グルーオンの理論の漸近的自由性から，ハドロンの構造を示す Bjorken scaling[7] と呼ばれる性質を示すことが出来る[6]。

実験の分野では電子のビームをターゲット（陽子）にぶつけて散乱される電子の角度をエネルギー分布を測定して，出てくるすべてのハドロンの強度を求める deep inelastic scattering と呼ばれる実験が SLAC や CERN

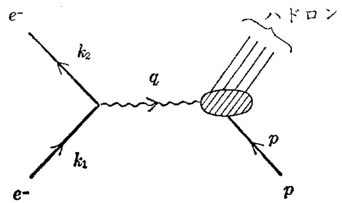

図3　電子の deep inclastic scattering のグラフ
e^-，p は電子，陽子を示す。k_1，k_2 は入射及び散乱された電子の4元運動量。p は陽子の4元運動量，$q=k_1-k_2$

等で行われている(図3参照)。この実験は Bjorken scaling が成立するかどうかの決め手になる。ハドロンの強度分布は構造関数（Wと書く）によって表わされる。構造関数Wは2変数 $q^2=(k_1-k_2)^2$ と

$\nu=p\cdot q$ の関数である

$$W=W(\nu, q^2)。$$

Bjorken[7] は流れ代数という手法を使って q^2/ν を一定にして，$\nu\to\infty$ にすると，$W(\nu, q^2)$ は1変数になる

$$W(\nu, q^2)\longrightarrow W(q^2/\nu) \quad\cdots\cdots(1)$$

ことを示した。これを Bjorken scaling と呼ぶ。Bjorken scaling が成立しているかどうか，deep inelastic scattering の実験を調べてみると誤差の範囲でしかも $q^2\geqq 1$ GeV^2 で対数関数の差は別として(1)式が成り立つことがほぼ明らかである[8]。

自由なラグランジアンから出発するモデル（例えばパートンモデル）は Bjorken scaling が成立する。しかし $q^2\to\infty$ という漸近的状態で自由なラグランジアンを使って良いとする理論的な根拠は無かった。グルーオンの理論が漸近的自由性を得て初めて理論的な根拠をもったのである。なお，電磁気学でのゲージ変換はアーベル群の変換性を示すが，グルーオンの理論でのゲージ変換は非アーベル群の変換性を示す。ゲージ変換に対して非アーベル群の変換性を示す理論は，漸近的自由性をもった理論であることが証明されている[5]。漸近的に自由な理論は，厳密にいうと対数の部分だ

け Bjorken scaling を破っているが，それを無視すれば，Bjorken scaling が成立するのである。現在，Bjorken scaling が対数の部分だけ破れているかどうかグルーオンのモデルを使って実験とつき合わせている段階である[9]。

III 赤外発散 (INFRARED DIVERGENCE)

電磁気学やグルーオンの理論で電子（コーク）が光子（グルーオン）の着物を着る効果（例えば図2の補正項）を計算すると対数型の積分 $\int_0^\infty \frac{dx}{x}$ にであう。この積分は，積分区間の上限（∞）と下限（0）で無限大になってしまう。上限（∞）での発散を紫外発散，下限（0）での発散を赤外発散と呼ぶ，くりこみはIで述べた様に紫外発散を除く方法である。一方，もし光子やグルーオンが質量 μ をもつとすれば，対数型の積分は $\int_0^\infty \frac{1}{x+\mu^2}\,dx$ になって $\mu\neq 0$ ならば下限（0）で被積分関数の分母は0にならず赤外発散はなくなる。この様に赤外発散は質量0の粒子が自分自身や他の粒子との相互作用によって着物を着る効果などを計算する場合に現われる。相互作用の伝達距離は質量の逆数に比例するので，質量が0の場合無限大である。従ってその効果は無限遠にまで伝わりそのため赤外発散を生じると考えられる。

まず電磁気学ではこの赤外発散がどうなっているか調べてみる。図4（a）は裸の電子が，外からの影響で散乱されるグラフで，その最低次の補正項が（b）である，グラフ（b）から赤外発散が現われる。

一方，入射または散乱電子から観測にかからないような小さなエネルギ

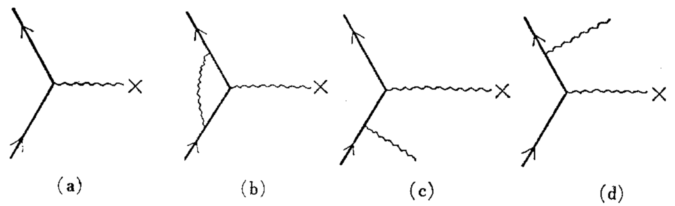

図4　電子の外場（～×で表わす）による散乱
実線は電子，曲線は光子を表わす。

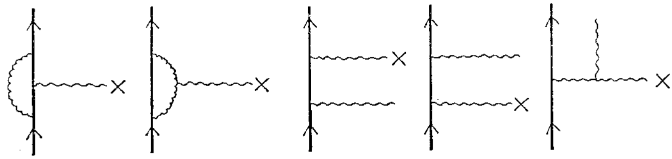

図5　コークの外場（〜×で表わす）による散乱
実線はコーク，曲線はグルーオンを表わす。

ーをもつ光子が放出（蒸発）されている。その効果を計算すると赤外発散を生じる。グラフ(c)と(d)は入射又は散乱電子から一つの光子が放出されている。グラフ(c)と(d)からの赤外発散が(b)の赤外発散と打ち消し合い，発散がなくなる。

次に非アーベル群のグルーオンについては，グルーオン同志が結合するからコークの外場による散乱を考えると，最低次の補正項は，図5の(a)以外に(b)もある。それに対してグルーオン放出のグラフは(c)，(d)と(e)の3つが考えられる。(a)と(b)から生じる赤外発散は，(c)，(d)と(e)から生じる赤外発散と打ち消し合わない。グルーオンの理論は紫外発散については，くりこみによって発散を除くことが出来るが，赤外発散については摂動の各次数で発散を除くことが出来ない。この困難がグルーオンの理論の短所となっている。

グルーオンによる赤外発散に対する考え方は大別して2通りある。

1つはグルーオンに質量を与えて赤外発散を除こうとする方法である。いきなりラグランジアンにグルーオンの質量を与えることはゲージ不変性を破るので出来ない。そこでまず Weinberg が W 中間子や Z 中間子に質量を与えた方法[1)~10)]の応用が考えられる，すなわち，Higgs スカラーという虚数の質量をもつスカラー粒子をラグランジアンの中に導入して真空の不安定性をつくり，それから，グルーオンに質量を与える方法である。しかし Gross 達の研究[6)]によるとこの方法はIIの漸近的自由性を破ってしまうので，そのまま受け入れるわけにはいかない。次には，Higgs スカラー

を導入する代わりに Coleman 達[11]が考えた，コークとグルーオンがスカラーの複合粒子を作りそれの補正項がグルーオンに質量を与えるというモデルである。このモデルは新しい粒子が導入されないので漸近的自由性をそのまま保っている。しかしそ過程は示唆にとどまっており具体的なモデルは作られていない。いずれにしろグルーオンに質量をもたせるには，ゲージ対称性を破るという代償が伴う。それは理論を複雑にすると共につまらないものとしてしまう。

もう1つは，グルーオンに質量を与えないでゲージ対称性を保ちながら赤外発散を解決しようとする非常に魅力的であると同時に虫の良い考え方である。くりこみ群の方程式からは $\mu \to 0$ の結合定数 g の振舞は分らない。そこで $\mu \to 0$ のとき g が摂動計算が許される位小さければ，上で述べた摂動の議論が出来る。この場合，摂動の各次数で赤外発散が生じるが，すべて足し合わすと赤外発散がなくなっているという可能性がある。例えば比ゆでいうと，

$$e^{-x}=1-x+\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{6}+\cdots\cdots$$

で，$x \to \infty$ にすると，右辺の2項目以上の各項は発散するが左辺は0になる等。しかし，その可能性は単なる示唆であって確かなことではない。もし $\mu \to 0$ のとき，g が大きく或いは無限大になれば，摂動計算は不可能となる。そして我々は摂動以外の計算方法を知らないのである。この場合，非常に魅力的な考え方として，この赤外発散がグルーオンの理論の短所ではなく，長所であって，ここに新しい力学構造への突破口を見出そうとするみかたがある。この力学構造が理解出来れば，何故コークやグルーオンが単体で自然界に存在しないのかの説明が出来るであろう。

この様にしてグルーオンによる赤外発散をどう理解し，どう扱うかについて，まだ決定的なものは出ていない。現在，この問題を意識的に避けている傾向がある。グルーオンの理論は，ほとんど漸近的状態を示す現象への応用に興味が集っている現状である。

参考文献

1) 渡辺恒利 亜細亜大学教養部紀要 **8** 62
C. Itoh, T. Minamikawa, K. Miura and T. Watanabe, Prog. Theor. Phys. **51** (1974), 1575.
2) M. Gell-Mann and F. Low, Phys. Rev. **95** (1954), 1300.
3) 例えば S. Sakata, H. Umezawa and S. Kamefuchi, Prog. Theor. Phys. **7** (1952), 377,
H. Umezawa, Prog. Theor. Phys. **7** (1952), 551.
4) G. 't Hooft, Nucl. Phys. **B33** (1971), 173; **B35** (1971), 167.
B. W. Lee, Phys. Rev. **D5** (1972), 823,
B. W. Lee and J. Zinn-Justin, *ibid.* **5** (1972), 3121; **5** (1972), 3137; **5** (1972), 3155.
5) D. J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. **30** (1973), 1343,
H. D. Politzer, *ibid.* **30** (1973), 1346.
6) D. J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. **D8** (1973), 3633.
7) J. D. Bjorken, Phys. Rev. **148** (1966), 1467.
8) H. Kendall, *in Proceedings of the 1971 International Symposium on Electron and Photon Interactions.*
9) D. J. Gross and F. Wilczek, Phys. Rev. **D9** (1974), 980,
D. J. Gross, Phys. Rev. Lett. **32** (1974), 1071,
D. J. Gross and S. B. Treiman, Phys. Rev. Lett, **32** (1974), 1145.
10) S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. **19** (1967), 1264.
渡辺恒利 亜細亜大学教養部紀要 **7** 74
11) S. Coleman and E. Weinberg, Phys. Rev. **D7** (1973), 1888.

（筆者は本学助教授・物理・数学）